LAHENDUSED 8.klass

1. <u>Vastus</u>: a) ekraanil oli arv $-\frac{2}{3}$

b) masinasse sisestati arv 8.

<u>Lahendus</u>:
a) Paneme järjest kirja ekraanile tekkivad arvud.

Ekraanil olev arv	Vajutatud klahv	Tulemus
1,5	P	Arvu $1{,}5=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$ pöördarv on $\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	+1	$\frac{2}{3}+1=\frac{2+3}{3}=\frac{5}{3}$
$\frac{5}{3}$	V	Arvu $\frac{5}{3}$ vastandarv on $-\frac{5}{3}$
$-\frac{5}{3}$	+1	$-\frac{5}{3}+1=\frac{-5+3}{3}=-\frac{2}{3}$

b) Olgu sisestatud arv *a*. Et tulemus oli seitse korda väiksem sisestatud arvust, siis lõpuks oli ekraanil arv $\frac{a}{7}$. Paneme jälle järjest kirja ekraanile tekkivad arvud.

Ekraanil olev arv	Vajutatud klahv	Tulemus
a	P	Arvu a pöördarv on $\frac{1}{a}$
$\frac{1}{a}$	+1	$\frac{1}{a}+1=\frac{1+a}{a}$
$\frac{1+a}{a}$	V	Arvu $\frac{1+a}{a}$ vastand arv on $-\frac{1+a}{a}$
$-\frac{1+a}{a}$	+1 ja +1	$-\frac{1+a}{a}+1+1=\frac{-1-a+a+a}{a}=\frac{a-1}{a}$
$\frac{a-1}{a}$	P	Arvu $\frac{a-1}{a}$ pöördarv on $\frac{a}{a-1}$

Seega peab kehtima võrdus $\frac{a}{a-1}=\frac{a}{7}$. Sellest võrdusest saame, et $a = 8$.

<u>Hindamine</u>:
a) Leitud õigesti arvu 1,5 pöördarv: 1p
Ülejäänud õiged arvutused: 1p
b) Avaldatud lõpuks ekraanil olev arv, sisestatud arvu kaudu:1p
Õige tulemus pärast kolmandat klahvile vajutust: 1p
Õige tulemus pärast viiendat klahvile vajutust: 1p.
Leitud võrdus, millest saab leida sisestatud arvu: 1p
Leitud sisestatud arv: 1p

Kui on antud vaid vastused, siis anda 3p, seejuures a) osa õige vastus 1p, b) osa õige vastus 2p.

2. <u>Vastus</u>: Arv N moodustab 120% arvust 150.

<u>Lahendus</u>: Teada on, et 25% arvust N on sama palju kui 30% arvust 150.
Leiame 30% arvust 150.

$$\frac{150 \cdot 30\%}{100\%} = 45$$

Seega 25% arvust N on 45.
Leia me arvu N.

$$\frac{45 \cdot 100\%}{25\%} = 180$$

Tuleb leida mitu protsenti moodustab arv 180 arvust 150.

$$\frac{180 \cdot 100\%}{150} = 120\%$$

Seega arv N moodustab 120% arvust 150.

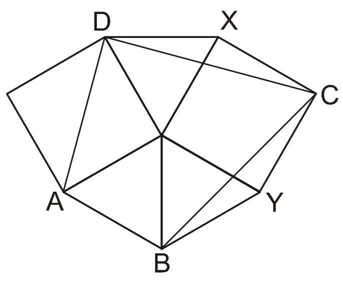
<u>Hindamine</u>:
Leitud 30% arvust 150: 2p
Leitud arv N: 2p
Leitud mitu protsenti on arv N arvust 150: 3p

Antud vaid õige vastus: 2p

3. <u>Vastus</u>: Nelinurga nurkade suurused on $\angle DAB = 105°$**,** $\angle ABC = 105°$**,** $\angle DCB = 60°$ **ja** $\angle ADC = 90°$**.**

<u>Lahendus</u>: Ruudu iga nurk on suurusega 90˚ ja võrdkülgse kolmnurga iga nurk on suurusega 60˚. Vaatleme nelinurga ABCD nurka DAB. Lõik AD on ruudu diagonaal ja seega poolitab nurga. See nurk koosneb võrdkülgse kolmnurga ühest nurgast ja ruudu poolest nurgast. Seega $\angle DAB = 60° + 45° = 105°$.

Tähistame antud kujundi kaks tippudest tähtedega X ja Y (vt. joonist).



Nurga ABC suuruse saame, kui nurga ABY suurusest lahutame nurga YBC suuruse.
Kolmnurk BYC on võrdhaarne kolmnurk tipunurgaga BYC. Näeme, et $\angle BYC = 60° + 90° = 150°$.
Seega $\angle YBC = (180° - 150°) : 2 = 15°$.
Nüüd saame, et $\angle ABC = (60° + 60°) - 15° = 105°$.
Konstruktsiooni tõttu on kolmnurga DXC ja CYB võrdsed:
$\angle DXC = \angle BYC = 150°$ ja $\angle XDC = \angle XCD = \angle YCB = \angle YBC = 15°$.
Nurga BCD suuruse saame kui nurga XCY suurusest lahutame nurkade DCX ja BCY suurused.
$\angle BCD = 90° - 15° - 15° = 60°$.
Nurga ADC suuruse saame, kui nurga ADX suurusest lahutame nurga XDC suuruse.
$\angle ADC = (45° + 60°) - 15° = 90°$.
Nelinurga ABCD nurkade suurused on $\angle DAB = 105°$, $\angle ABC = 105°$, $\angle BCD = 60°$ ja $\angle ADC = 90°$.

Hindamine:
Leitud nurga DAB suurus: 1p
Leitud nurga ABC suurus: 2p
Leitud nurga BCD suurus: 2p
Leitud nurga ADC suurus: 2p

Antud ainult vastus: 2p.
Seejuures kui on vastuseks vaid nurkade suurused ilma viitamata, nelinurga millise nurga suurus neist mingi on, anda 1p.

4. Vastus: Selliseid kahekohalisi arve on 15.

Lahendus: Kahekohalise arvu numbrite korrutis saab olla ülimalt kahekohaline arv. Seega arvu numbrite korrutis võib olla kas ühe- või kahekohaline arv, mille numbrite korrutis on 8.
Et $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$, siis arvu numbrite korrutis saab olla 8, 24, 42, 18 või 81.
Kahekohalised arvud, mille numbrite korrutis on 8, on: 18, 81, 24 ja 42.
Kahekohalised arvud, mille numbrite korrutis on 24, on: 38, 83, 46 ja 64.
Kahekohalised arvud, mille numbrite korrutis on 42, on: 67 ja 76.
Kahekohalised arvud, mille numbrite korrutis on 18, on: 29, 92, 36 ja 63.
Kahekohalisi arve, mille numbrite korrutis on 81, on vaid üks, so 99.
Seega selliseid arve on 15.

Hindamine:
Leitud arvu numbrite korrutise kõik väärtused: 2p.
Leitud numbrite korrutise iga võimaliku väärtuse korral kõik sobivad kahekohalised arvud: a'1p (kokku 5p).

Antud ainult õige arvuline vastus: 2p. (Ainult vastuse 14 või 16 eest anda 1p)

5. Vastus: a) Kärdi leitud summa oli 6036 võrra suurem Pärdi leitud summast.
b) Reas 2012. on arvude summa 72417.
c) Ridu, milles kõigi arvude summa on väiksem kui 2012, on 56.

Lahendus: a) Tabeli nii vasakult esimeses veerus kui ka paremalt esimeses veerus paiknevad arvu 6 kordsed arvud. Paneme tähele, et paarisarvulise järjekorranumbriga reas on vasakult esimeses veerus olev arv 6 võrra suurem kui vahetult eelneva rea parempoolt esimeses veerus olev arv. Et esimese 2012 rea korral on nii vasakult kui paremalt esimeses reas kummaski 1006 arvu. Siis vasakult esimeses veerus olevate arvude summa on suurem, ehk siis Kärdi leitud summa on suurem, ja see summa on $6 \cdot 1006 = 6036$ võrra suurem paremalt esimeses veerus olevate arvude summast ehk Pärdi leitud summast.
b) Paneme tähele, et iga rea suurim arv võrdub selle reanumbri ja arvu 6 korrutisega. Seega reas numbriga 2012 on kõige suuremaks arvuks arv $6 \cdot 2012 = 12072$. Samas reas on veel arvud 12071, 12070, 12069, 12068, 12067. Arvude summa 2012. reas on
$12072 + 12071 + 12070 + 12069 + 12068 + 12067 = 72417$.
c) 1.võimalus: Leiame suurima reanumbri, milles olevate arvude summa on väiksem kui 2012. On selge, et kui reanumber on väiksem sellest, siis ka seal reas on arvude summa väiksem kui 2012.
Et reas on 6 arvu, siis reas, mille arvude summa oleks 2012, oleks nende kuue arvu kesmine väärtus $2012 : 6 = 335{,}3...$ Leiame mitmendas reas arv 335 on: $335 : 6 = 55(\,jääk\,5)$, arv 335 on 56.reas.

Leiame 56.reas olevad arvud ja nende summa. Et $55 \cdot 6 = 330$, siis 56.reas on arvud 331, 332, 333, 334, 335, 336 ja nende summa on 2001 (väiksem, kui 2012)
57.reas on arvud 337, 338, 339, 340, 341, 342 ja nende summa on 2037, mis on suurem, kui 2012. Seega ridu, milles olevate kõigi arvude summa on väiksem kui 2012, on 56.
<u>2.võimalus</u>: Leiame suurima reanumbri, milles olevate arvude summa on väiksem kui 2012. On selge, et kui reanumber on väiksem sellest, siis ka seal reas on arvude summa väiksem kui 2012.
Oletame, et on olemas rida *n* summaga 2012. Suurim arv selles on reas on siis 6*n*.
Selle rea arvude summa $6n + 6n - 1 + 6n - 2 + 6n - 3 + 6n - 4 + 6n - 5 = 36n - 15$ on siis võrdne arvuga 2012.
Saame $36n - 15 = 2012$, $36n = 2027$, millest $n = 56\frac{11}{15}$. Et reanumber on naturaalarv, siis meil puudub rida, milles arvude summa on täpselt 2012. Kui reanumber on väiksem arvust $56\frac{11}{15}$, siis seal olevate arvude summa on väiksem kui 2012. Seega ridu, milles olevate kõigi arvude summa on väiksem kui 2012, on 56.
Tõepoolest 56.reas olevad arvud ja nende summa: 331, 332, 333, 334, 335, 336 ja nende summa on 2001 (väiksem, kui 2012)
57.reas on arvud 337, 338, 339, 340, 341, 342 ja nende summa on 2037, mis on suurem, kui 2012. Seega ridu, milles olevate kõigi arvude summa on väiksem kui 2012, on 56.

<u>Hindamine</u>:
a) Selgitatud/näidatud kuidas on leitud, mitme võrra üks summa teisest suurem on: 1p
Vastus: Kärdi summa on 6036 võrra suurem: 1p
b) Leitud arvud 2012 reas: 1p
Leitud arvude summa: 1p
c) Näidatud kuidas leida küsitud ridade arvu: 2p.
Leitud ridade arv: 1p

Antud vaid õige vastused a) 1p (ainult vastuse, et Kärdi summa on suurem, eest anda 0p),
b) 1p, c) 1p.